

УДК 520.272.5:51-17

ПРОГРАММИРУЕМАЯ МОДЕЛЬ ШУМА РАДИОМЕТРА С ВКЛАДОМ СЛУЧАЙНОГО ДРЕЙФА

© 2024 В. Н. Черненко^{1*}¹Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, 369167 Россия

Поступила в редакцию 20 июля 2023 года; после доработки 1 декабря 2023 года; принята к публикации 4 декабря 2023 года

В работе предложен метод генерации шума радиометра и его программная реализация в виде библиотечного модуля и демопрограммы на языке **Python**. Предлагаемый метод позволяет моделировать шумы радиометра с изменяемыми характеристиками его составляющих: гауссова белого шума и фликкер-шума (случайного дрейфа) со спектром мощности, линейно растущим с уменьшением частоты. В основу метода положен способ преобразования спектральных характеристик гауссова шума на основе последовательной фильтрации дифференцирующим звеном, нелинейным пороговым элементом и последующим интегрированием. Изменение величины порога по отношению к интенсивности шума σ и постоянной времени накопления интегратора позволяют изменять результирующую форму спектра и соответствующие статистические параметры выходного шума в широких пределах: от стационарного белого шума до шума с существенно преобладающей составляющей спектра типа $1/f$. В результате численных экспериментов с программной реализацией модели получены эмпирические формулы полиномиальной аппроксимации зависимости спектрального индекса получаемых шумовых записей от величины порога нелинейного элемента в диапазоне $0.0\text{--}3.5\sigma$. Приведены примеры реализаций шумовых записей, их спектров и автокорреляционных функций (АКФ). Отмечена схожесть сгенерированного шума и наблюдаемого на радиотелескопах Института прикладной астрономии (ИПА РАН).

Ключевые слова: *теоретические модели — приборы: радиометры — методы: численные — характеристики шума: спектр $1/f$*

1. ВВЕДЕНИЕ

Чувствительность радиометрической системы (приемника) радиотелескопа определяется уровнем шумов на ее выходе, основные составляющие которых представляют комбинацию шумов Джонсона–Найквиста и низкочастотного в виде медленного случайного дрейфа (Christiansen and Noegbom, 1969). Наиболее проблематичным является мешающее воздействие дрейфа при долговременных обзорах и продолжительных наблюдениях в режиме сопровождения, когда регистрация возможных вариаций плотности потока источника будет маскироваться низкочастотными шумами. На рисунке 1 показаны примеры часовых записей телескопа RT-32 радиоастрономической обсерватории «Бадары» ИПА РАН осенью 2021 года. Наблюдения проводились с суточной периодичностью, использовались широкополосные (800 МГц) поляризационные каналы штатной системой регистрации с временным дискретом 0.1 с. Виден различный вклад случайного дрейфа в записях соседних дней.

*E-mail: vch@sao.ru

Проблематика низкочастотного шума со спектром типа $1/f$, названного одним из первых его исследователей — W. Schottky — фликкер-шумом, описана Коганом (Kogan, 1985). В цитируемом обзоре изложены общие свойства этого шума, зависимость спектральной плотности от частоты, зависимость корреляционной функции от времени, вид функции распределения флуктуации, зависимость спектральной плотности от напряжения на образце, анизотропия флуктуации тензора удельной проводимости, длина корреляции флуктуации, зависимость шума от размеров образца, от концентрации носителей тока, эмпирическое соотношение Хоуге и др. (Kogan, 1985). Предположение о природе возникновения шума с такими характеристиками, связанное с нелинейными эффектами, было сформулировано Левитаном с соавторами (Levitan et al., 1988). Известно несколько подходов к реализации генераторов фликкер-шума. Один из самых ранних основан на фрактальном описании (Mandelbrot and Wallis, 1969). На его основе, например, реализован генератор фрактального шума Останина (Ostanin, 2012). Поскольку фрактальные функции не случайны, то чаще генераторы делались путем линейной низкочастотной фильтрации из белого гауссова

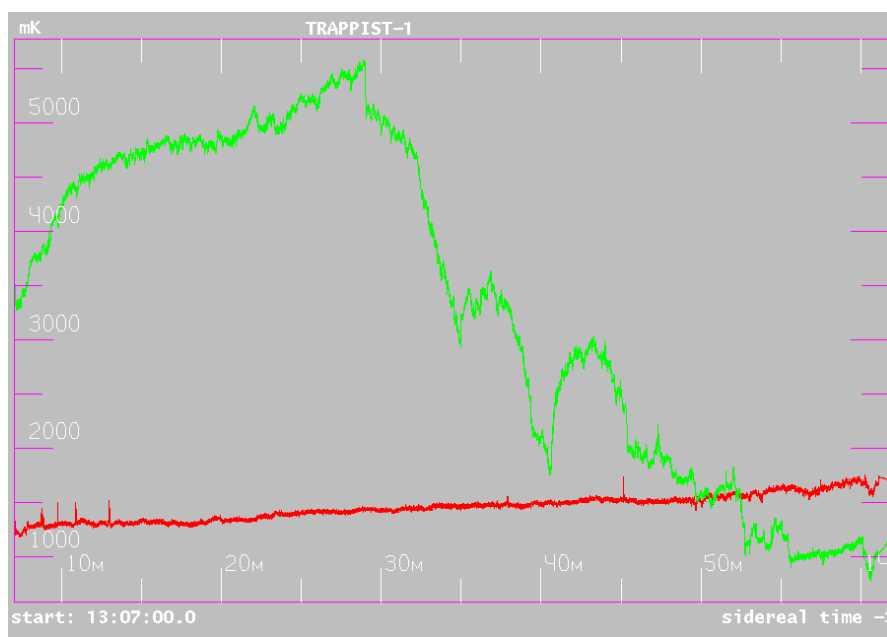


Рис. 1. Записи наблюдений РТ-32, Бадары, 2021 г.

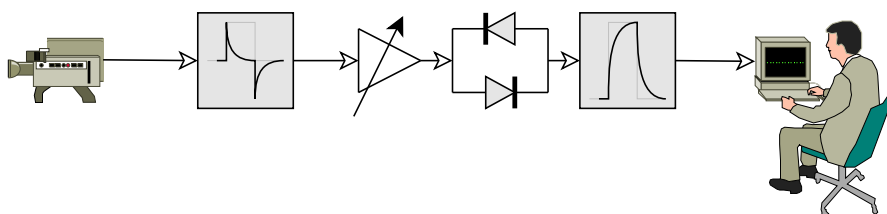


Рис. 2. Схема устройства обработки ТВ-сигнала.

шума (Barnes and Jarvis, 1971). Так, например, реализацию винеровского процесса, описывающего броуновское блуждание, можно получить простым интегрированием (Levin, 1974; Wong, 1973) входного нормального процесса. Пример создания генератора на базе нелинейной модели релаксационного типа описан в работе Ivanov and Chervyakova (2022). Несмотря на наличие различных описаний моделей и реализованных на их основе генераторов, необходимость в создании наиболее простых и адекватных моделей именно для радиометрических измерений остается актуальной, особенно для программных реализаций. Это обусловлено и тем, что современные системы моделирования на основе MatLab, SimLnTech, LabView, IDL и др. имеют в своем составе модули генераторов исключительно с нормальным или равномерным распределением, а источники случайных процессов типа фликкер-шума пока отсутствуют. Причем важно, чтобы при моделировании имелась возможность плавной регулировки мощностного вклада фликкер-шума относительно нормального гауссовского: от практически нулевого до реализации на выходе винеров-

ского дрейфа, ограниченного по величине только интервалом наблюдения.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Прототип авторского способа генерации фликкер-шума появился в 1978 году. При исследовании работы собранного из радиоэлементов макета (рис. 2), предназначенного для нелинейной фильтрации низкочастотной составляющей фона в ТВ-изображении, было обнаружено, что дифференцирование сигнала с последующим интегрированием за период строчной развертки не всегда обратимо по отношению к шуму, обычно сопутствующему изображению. Если после дифференцирующей RC-цепи и последующего широкополосного усиления включить пороговый элемент, состоящий из двух, соединенных встречно-параллельно, диодов Шоттки, затем сигнал проинтегрировать низкочастотным фильтром, то вместе с селекцией фонового сигнала мы получаем преобразование входного нормального шума в шум со значительным вкладом случайного медленного дрейфа. Величина последнего может быть сведена к минимуму

при относительном уменьшении размера порога к интенсивности входных шумов. Аналогичная схема с успехом может быть применена и для исследования радиометрических сигналов на фоне природных и искусственных шумовых помех. Таким образом, для этой модели процесс обработки непрерывного случайного шума можно записать следующим функционалом:

$$\eta(t) = \int_{t_0}^t \mathfrak{F}\left(\frac{d}{dt}(\xi(t))\right) dt. \quad (1)$$

В формуле (1):

$$\mathfrak{F}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } |x| \leq \epsilon \\ Kx, & \text{если } |x| > \epsilon \end{cases}, \quad (2)$$

где ϵ — некоторое пороговое значение относительно стандартного отклонения σ входного шума $\xi(t)$ с нулевым средним, K — линейный коэффициент.

При дискретной реализации модели (в том числе в программе) заменяем операцию дифференцирования вычислением разности между соседними отсчетами, а интегратор — сумматором. К возможности регулировки высоты порога полезно добавить изменяемый фактор затухания:

$$\alpha = 1 - K \frac{\eta(t+\Delta t)}{\eta(t)} (K \leq 1), \quad (3)$$

характеризующий величину потерь мощности при замене идеального интегратора (или сумматора) физически реализуемым, например в виде RC-цепочки. Здесь $\eta(t)$ и $\eta(t + \Delta t)$ — отсчеты случайного процесса в двух последовательных дискретах времени. При установке параметра $\alpha > 0$ выходной процесс будет ограниченным по мощности и стационарным, если время наблюдения будет многократно превышать постоянную времени $\tau = RC$ (Levin, 1974).

К недостатку метода, не являющемуся существенным для его реализации, можно отнести следующее. Очевидно, что при программной реализации объем выборки на выходе будет меньше входного. Это связано с тем, что при ненулевом пороге не все отсчеты дифференциального шума могут его преодолеть. Вероятность таких событий определяется нормальным распределением (Levin, 1974), и если порог не превышает 1.5σ , то для получения заданного количества выходных отсчетов необходимо сгенерировать примерно вчетверо более длинный входной ряд. Однако эта особенность существенно осложняет получение аналитических зависимостей характеристик генерируемых реализаций шума, поскольку кроме наличия нелинейного звена мы создаем и нелинейную зависимость дискретизации временных интервалов от вида передаточной характеристики нелинейного

звена. Поэтому для получения, например, зависимости спектрального индекса выходного шума от величины порога была создана компьютерная программа и проведен численный эксперимент. Следует подчеркнуть, что здесь и далее, согласно формуле (2), значения стандартного отклонения приводятся для входного (до дифференцирования) гауссового дельта-коррелированного шума. Если же необходим расчет величины порога относительно мощности шума именно на входе нелинейного элемента, то нетрудно показать, что дифференцирование такого шума приведет к возрастанию σ в $\sqrt{2}$ раз.

3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРА ШУМА

Модули программы написаны на языке Python-3 (Ernesti and Kaiser, 2022). Текст программы `gen_f.py` (Chernenkov, 2023) доступен на сервере САО РАН. Для вызова из собственной программы необходимо вставить директиву `import gen_f`.

Сначала нужно вызвать модуль генерации производной от нормального белого шума: `d = g_norm(4*N)`, где `4*N` — количество элементов `float`-массива `d`. Модуль генерирует массив нормально распределенной последовательности значений в диапазоне с нулевым математическим ожиданием и единичным стандартным отклонением σ .

Далее вызываем `ts, j = g_flik(d, thr, N, alpha)`, где `d` — входной `float`-массив, `thr` — значение порога, `N` — целевое число элементов выходного массива, `alpha` — коэффициент затухания. Модуль возвращает сгенерированный `float`-массив `ts` с числом элементов `j`. Если `j` достигает значения `N`, то генерация принудительно завершается. Результирующий массив можно записать в виде F-файла (Verkhodanov et al., 1993). Для этого сначала формируем его заголовок: `head = f_head(N)` с текущей датой создания. Затем вызываем модуль `f_write(f, head, buf)`, где `f` — дескриптор открытого на запись бинарного файла, `head` — байтовый массив заголовка, `buf` — записываемый `float`-массив.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Если просто исполнить файл `f_gen.py` как самостоятельную программу, то она сгенерирует в деморежиме набор случайных реализаций шума с размером выборки 32 767 значений для порогов от 0 до 1.5σ . На экран компьютера будут выведены графики (Hunter, 2007) самих реализаций (рис. 3), соответствующие энергетические спектры (рис. 4)

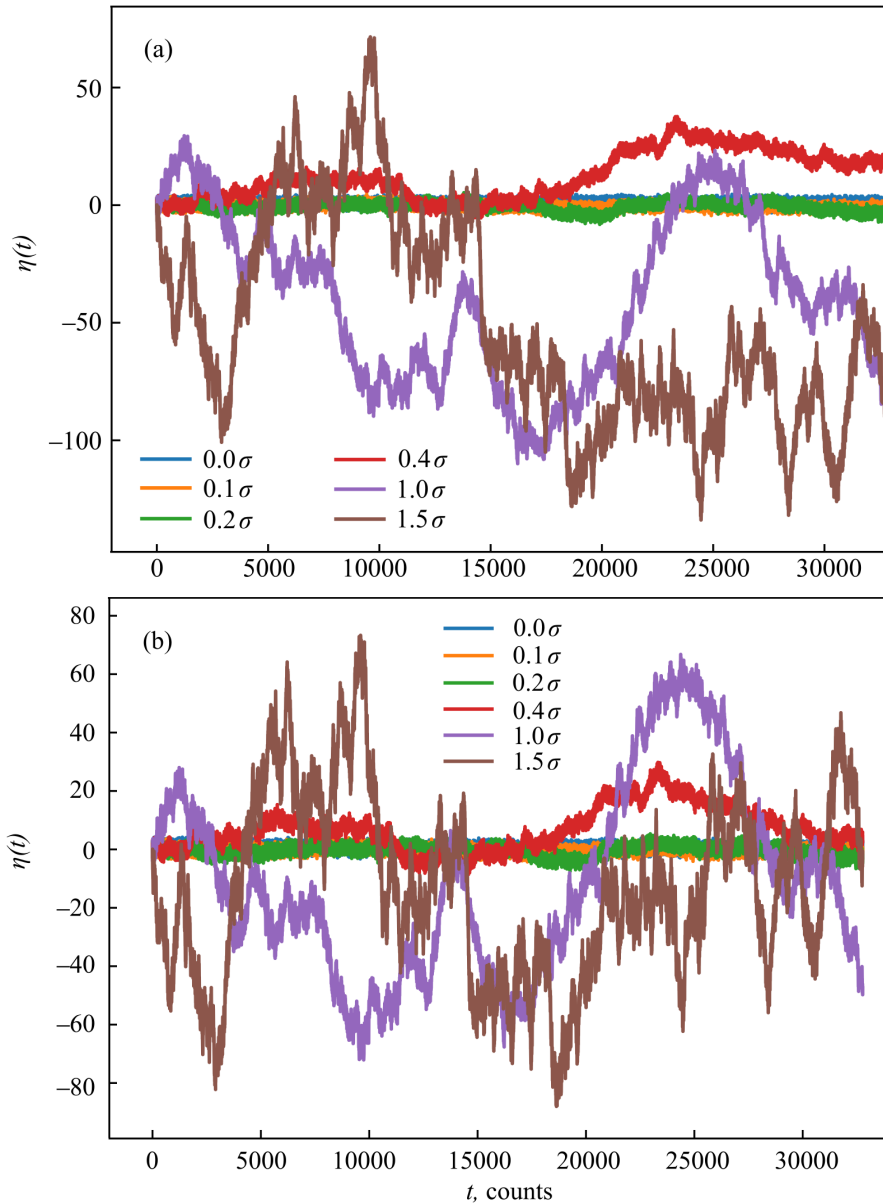


Рис. 3. Набор реализаций шума при различных величинах порога относительно стандартного отклонения σ для нормального белого шума на входе. Фактор затухания $\alpha = 0.0$ (a) и $\alpha = 5 \times 10^{-5}$ (b).

и набор АКФ (рис. 5). На диск будут записаны F-файлы сгенерированных реализаций шума (рис. 6). Текст демонстрационной части программы можно использовать как пример применения модели с конкретными целями.

Экспериментальная проверка модели, проведенная для 128 таких сгенерированных случайных реализаций шума, позволила построить эмпирическую зависимость (рис. 7a) спектрального индекса SPi выходного шума от величины порога ϵ в диапазоне от нулевого значения до 3.5σ . Спектральный индекс характеризует величину наклона усредненного спектра, построенного в логарифмическом масштабе и его линейной аппроксимации.

Значение математического ожидания $S\hat{P}i$ при этом можно приблизительно аппроксимировать следующим полиномом:

$$S\hat{P}i(\epsilon) \approx -0.1117\epsilon^4 + 0.9563\epsilon^3 - 2.474\epsilon^2 + 0.429\epsilon + 0.038, \text{ для } \epsilon < 3.5\sigma. \quad (4)$$

А незначительно возрастающая зависимость оценки стандартного отклонения от величины порога в указанном диапазоне аппроксимируется отрезком параболы:

$$\sigma_{SPi}(\epsilon) \approx 0.01527\epsilon^2 + 0.03357\epsilon + 0.05722, \text{ для } \epsilon < 3.5\sigma. \quad (5)$$

Интервалы случайных невязок оценок среднего

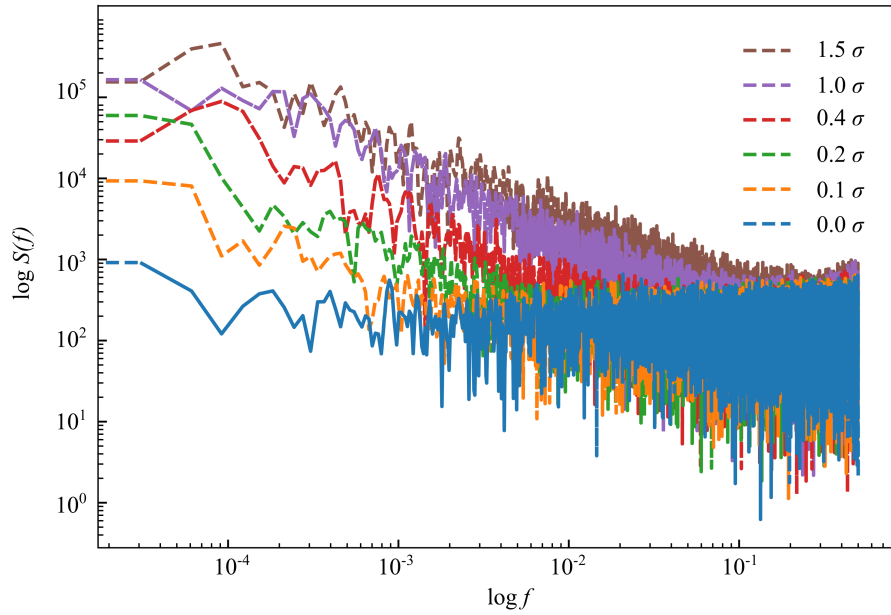


Рис. 4. Спектры реализаций шума для разной величины порога в логарифмическом масштабе.

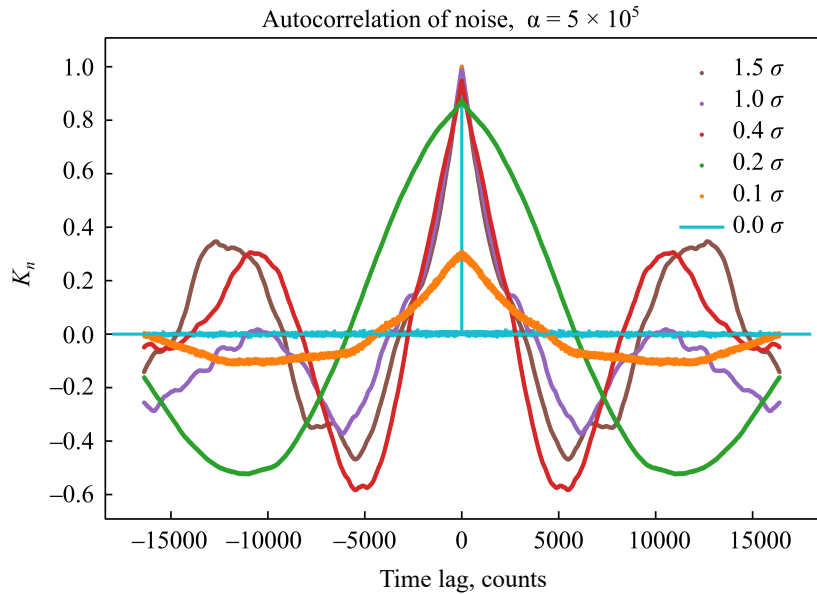


Рис. 5. Функции автокорреляции реализаций шума для разной величины порога. K_n — нормированный коэффициент автокорреляции.

на рис. 7 отмечены вертикальными штрихами для каждой расчетной точки. Из графика видно, что при малых, до 0.25σ , значениях порога наклон спектра не сильно отличается от нуля, то есть шум остается белым. Если же ограничиться изменением порога ϵ в диапазоне от 0.25σ до 2σ , то мы имеем практически линейно-отрицательную зависимость:

$$SPi(\epsilon) \approx -2\epsilon + 0.8, \text{ при } 0.25\sigma \leq \epsilon < 2.0\sigma. \quad (6)$$

И для значения порога, равного 0.9σ , наклон спектра будет около -1 , что характерно для фликкер-

шума Шоттки. В зависимости (4) можно исключить начальную область «пятки», если слегка модифицировать нелинейное звено (2):

$$\mathfrak{F}1(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq \epsilon \\ Kx - \epsilon, & x > \epsilon \\ Kx + \epsilon, & x < -\epsilon. \end{cases} \quad (7)$$

Тогда аппроксимация зависимости (рис. 7b) значения математического ожидания $SPi1$ становится следующей:

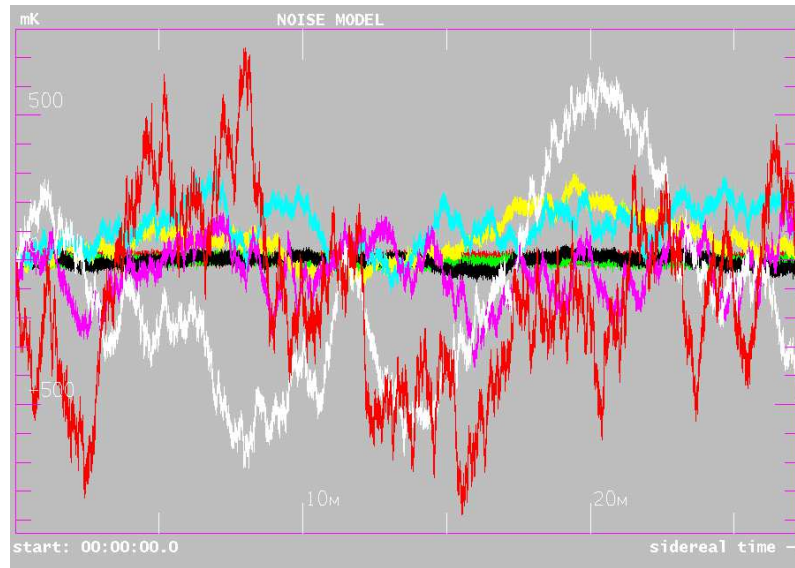


Рис. 6. Отображение программой `fgx` сгенерированных F-файлов.

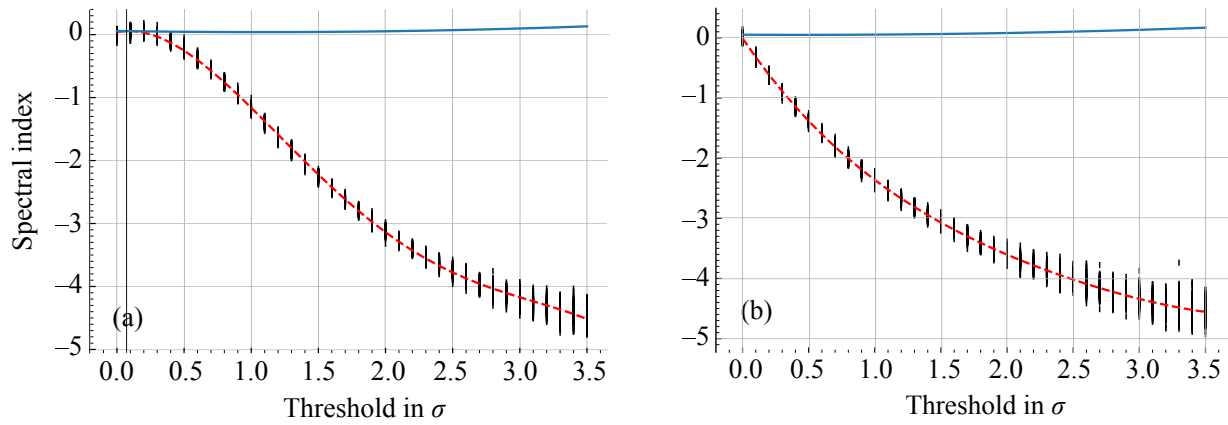


Рис. 7. Экспериментальная зависимость оценки спектрального индекса шумов и σ -оценки (голубая линия) от величины порога для пороговой функции, описываемой выражениями (2) и (7) — (a) и (b) соответственно. Фактор затухания $\alpha = 5 \times 10^{-5}$.

$$S\hat{P}i1(\epsilon) \approx 0.02238\epsilon^4 - 0.2342\epsilon^3 + 1.1\epsilon^2 - 3.239\epsilon - 0.01067 \quad (\epsilon < 3.5\sigma). \quad (8)$$

А аналогичная зависимость оценки стандартного отклонения:

$$\sigma_{S\hat{P}i1}(\epsilon) \approx 0.0144\epsilon^2 - 0.01665\epsilon + 0.05459 \quad (\epsilon < 3.5\sigma). \quad (9)$$

Из графика (рис. 7b) видно, что вклад фликкер-шума начинает резко расти уже с малых значений порога и величина спектрального индекса -1 достигается уже при ϵ около 0.4σ .

Сопоставление зависимостей (4) и (8) позволяет сделать следующий практический вывод. Если при конструировании радиометра нет возможности совсем избавиться в тракте от нелинейного элемента с пороговой характеристикой, то для уменьшения

вклада собственного фликкер-шума при длительном накоплении сигнала, кроме уменьшения самой величины порога, следует по возможности избегать смещения линейной части передаточной характеристики относительно нулевого значения.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемая нелинейная модель генерирования шума радиометра позволяет в широких пределах регулировать вклад фликкер-шума. Это возможно осуществлять изменением как величины порогового значения относительно значения стандартного отклонения входного гауссова белого шума, так и фактором затухания. Регулировка последнего позволяет создавать реализации и с бесконечно растущей дисперсией, и стационарные.

Если сравнить записи модельных реализаций шума и получаемые при обработке реальных наблюдений, то их схожесть очевидна. Ее количественную оценку можно подтвердить, например, расчетом отношения интервальных оценок σ к стандартному отклонению, вычисленному по всей записи целиком, как для радиометра телескопа, так и для модельной. Таким образом, автор предполагает, что разработанный рабочий инструмент будет полезен для исследования способов улучшения чувствительности радиотелескопа, а также для создания новых алгоритмов эффективного выделения информативного сигнала из помех.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит Г. М. Бескина за большое внимание к данной работе и методическую поддержку, М. А. Харинова за предоставленные записи наблюдений на радиотелескопах ИПА РАН.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена по результатам исследований согласно государственному заданию Министерства науки и высшего образования РФ. Частично поддержана грантом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по теме «Многоволновое исследование нестационарных процессов во Вселенной 2023» № 075-15-2022-262 (13.МНПМУ.21.0003).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор данной работы заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. Barnes and S. Jarvis, *Efficient Numerical and Analog Modeling of Flicker Noise Processes* (National Bureau of Standards, United States, 1971).
2. V. N. Chernenkov, Radiometer Noise Model with Flicker-noise, https://www.sao.ru/hq/vch/Src/gen_f.py [online, accessed 07-July-2023].
3. W. N. Christiansen and J. A. Hoegbom, *Radiotelescopes* (University Press, Cambridge, 1969).
4. J. Ernesti and P. Kaiser, *Python 3: The Comprehensive Guide to Hands-On Python Programming* (Rheinwerk computing, Bonn, 2022).
5. J. D. Hunter, Computing in Science & Engineering **9** (3), 90 (2007). DOI:10.1109/MCSE.2007.55
6. V. E. Ivanov and M. V. Chervyakova, Bulletin of the Pacific National University (Vestnik TOGU) **64** (1), 17 (2022).
7. S. M. Kogan, Physics Uspekhi **28** (2), 170 (1985). DOI:10.3367/UFNr.0145.198502d.0285
8. B. R. Levin, *Theoretical principles of statistical radiotechnology*, Vol. 1 (Sovetskoe radio, Moscow, 1974).
9. Y. S. Levitan, N. N. Panchenko, and O. A. Sinkevich, Soviet Physics Doklady **33**, 750 (1988).
10. B. B. Mandelbrot and J. R. Wallis, Water Resources Research **5** (1), 228 (1969).
11. S. A. Ostanin, Journal of Radio Electronics **8**, 1 (2012).
12. O. V. Verkhodanov, B. L. Erukhimov, M. L. Monosov, et al., Bull. Spec. Astrophys. Obs. **36**, 132 (1993).
13. E. Wong, IEEE Transactions on Information Theory **19** (3), 262 (1973).

Programmable Radiometer-noise Model with Random Drift Contribution

V. N. Chernenkov¹

¹Special Astrophysical Observatory, Russian Academy of Sciences, Nizhnii Arkhyz, 369167 Russia

A method for radiometer-noise generation and its software implementation in the form of a Python library module is proposed. The method can be used to simulate radiometer noise with variable component properties: Gaussian white noise and flicker noise (random drift) with a power spectrum linearly increasing with decreasing frequency. The method is based on the transformation of spectral properties of Gaussian noise via sequential filtering by a differentiator, nonlinear threshold switch, and subsequent integration. By changing the integrator accumulation time constant and the threshold level relative to noise intensity σ one can change the resulting form of the spectrum and the corresponding statistical parameters of the output noise over a wide range: from stationary white noise to noise dominated by a $1/f$ -type spectrum component. Empirical polynomial approximation formulas for the dependence of the spectral exponent of the resulting noise records on the nonlinear threshold switch level in the $0.0-3.5\sigma$ interval are derived based on numerical simulations using a software implementation of the model. Examples of noise-record implementations, their spectra, and autocorrelation functions are reported. The generated noise is shown to be similar to the noise observed on radio telescopes of the Institute of Applied Astronomy of the Russian Academy of Sciences.

Keywords: *theoretical models—instrumentation: radiometers—methods: numerical—noise properties: $1/f$ spectrum*